

Sesión 10:

Semana 05:

PRODUCTOS Y COCIENTES NOTABLES

1. Lia alumna del cepunt, desea calcular el área determinada por un cuadrado cuya medida de su lado, en cm, está dada por $(3a + 2b)^{\frac{3}{2}}$; sin embargo, al momento de realizar los cálculos, consideró que la medida del lado de dicho cuadrado era igual a $(3a - 2b)^{\frac{3}{2}}$ cm, $\{a, b\} \subset \mathbb{R}^+$. La expresión, en cm^2 que representa el error cometido por Lia al calcular el área determinada por el cuadrado, es:

- A) $4a(27b^2 + 4a^2)$ B) $4(27a^2 + 16b^2)$
 C) $4b(27a^2 + 4b^2)$ D) $4ab(7a^2 + 2b^2)$
 E) $4ab(a^2 + b^2)$

2. Si sabemos que:

$$m = \sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{3} + 1 \text{ y } n = \sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{2} + 1,$$

entonces el valor de:

$$K = \left(1 + \frac{2}{m}\right)^3 - \left(1 - \frac{3}{n}\right)^3$$

es:

- A) 3 B) 1 C) 7
 D) 2 E) 5

3. Si:

$$a + \sqrt[3]{3} = 1 + \frac{3}{\sqrt[3]{3}}$$

entonces el valor de:

$$L = a^3 - 3a^2 + 12a - 16$$

es:

- A) 8 B) 6 C) 4
 D) 2 E) 0

4. La señora Angie acude al odontólogo de un centro de salud, el odontólogo observa que la señora Angie tiene una dentadura completa como corresponde a un adulto y que solo un diente tiene caries. Si:

$$G = \sqrt{\frac{(d^2 - 3d - 1)(d^2 + 3d - 1) + (d^2 + 3)^2 - (d^2 - 3)^2}{(d^2 - d + 1)}} + d; \quad d \in \mathbb{Z}^+$$

representa el número de dientes sanos.

Entonces el pago de $(3d - 10)$ soles que realiza la señora Angie por la curación de su diente cariado, es:

(Considere que un adulto tiene normalmente 32 dientes).

- A) 50 soles B) 60 soles C) 70 soles
 D) 80 soles E) 90 soles

5. Si: $x + y = xy = 5$; el valor de:

$$\frac{x^2 + y^2 + 5}{x^3 + y^3 + 10}$$

es:

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{1}{3}$
 D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{5}$

6. Si $a + b + c = 0$. Entonces el equivalente de:

$$K = \frac{(a^5 + b^5 + c^5)(a^2 + b^2 + c^2)}{(a^7 + b^7 + c^7)}$$

es:

- A) $-\frac{10}{7}$ B) $-\frac{5}{7}$ C) $\frac{9}{7}$
 D) $\frac{5}{7}$ E) $\frac{10}{7}$

7. Al simplificar:

$$W = \sqrt[3]{571^3 - 491^3 - 240.571.491}$$

Se obtiene:

- A) 50 B) 60 C) 70
 D) 80 E) 90

8. La suma de los cuadrados de tres números reales positivos es 494 y uno de esos números es igual a la suma de los otros dos. Si la diferencia entre los dos menores números es 4, entonces la diferencia de los cubos de estos números, es:

- A) 984 B) 944 C) 988
 D) 980 E) 980

9. Si sabemos que: $p(x) = 2x^2 + 4x + 10$ es idéntico a $q(x) = (x+m)^2 + (x+n)^2$, entonces el menor valor de $(m-n)$, es:



- A) -4 B) -3 C) 6
D) 2 E) 4

10. Si: $\frac{a^n}{b^n} + \frac{b^n}{a^n} = 7$; entonces el valor de:

$$\frac{a^n + b^n}{a^{\frac{n}{2}} \cdot b^{\frac{n}{2}}}$$

es:

- A) $\sqrt{3}$ B) 3 C) $\sqrt{2}$
D) 2 E) $\sqrt{5}$

11. Sean a, b y c números reales no nulos, de modo que: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$, entonces el valor de:

$$T = \frac{ab}{c^2} + \frac{1}{a+b+c} \left(\frac{ab}{c} + \frac{ac}{b} + \frac{bc}{a} \right) + \frac{ac}{b^2} + \frac{bc}{a^2}$$

es:

- A) 5 B) 4 C) 3
D) 2 E) 1

12. Si $a + b = 2 - c$, entonces el valor de:

$$S = \frac{8 - 6abc}{a^3 + b^3 + c^3 - 3(a^2 + b^2 + c^2)} + \frac{a+c}{2-b}$$

es:

- A) -3 B) -1 C) 0
D) 2 E) 5

13. Si los catetos de un triángulo rectángulo miden $(\sqrt[3]{100} + 1 - \sqrt[6]{100})$ cm. y $(\sqrt[3]{100} + 4)$ cm. El área de dicho triángulo, es:

- A) $11 m^2$ B) $20 m^2$ C) $22 m^2$
D) $28 m^2$ E) $44 m^2$

14. Si: $x + y + z = 3k$, $k > 0$, al simplificar:

$$S = \frac{(k-z) \sqrt{3 \left[9(x^2 + y^2 + z^2) - (x+y-2z)^2 - (x-2y+z)^2 - (y+z-2x)^2 \right]}}{(x+y-2k)}$$

Se obtiene:

- A) 3k B) 6k C) 8k
D) 9k E) 11k

15. La cantidad de aulas que se disponía para una olimpiada de matemática estaba representada por $(x + y)$, de modo que por cada aula había y filas de x asientos

individuales. Además, se sabe que la cantidad total de estudiantes que participaron en dicha olimpiada estaba representada por $(x^3 + y^3)$, ocupando el total de asientos disponibles por cada aula. Si, en total, se ocuparon todas las $(x + y)$ aulas y hubo 25 asientos individuales por aula, entonces el número de estudiantes que participaron en dicha olimpiada, es:

- A) 450 B) 325 C) 500
D) 250 E) 240

16. Si sabemos que: $x - y = z$, entonces el valor de:

$$T = \frac{75(x^2 + y^2 + z^2)(y+z)y(x-y)}{(x^2 - yz)(x^3 - y^3 - z^3)}, \text{xyz} \neq 0$$

es:

- A) 20 B) 50 C) 25
D) 40 E) 60

17. Para todo número entero positivo w se define la expresión:

$$p(w) = \frac{4w + \sqrt{4w^2 - 1}}{\sqrt{2w+1} + \sqrt{2w-1}}$$

entonces el valor de:

$$K = p(1) + p(2) + p(3) + \dots + p(12)$$

es:

- A) 28 B) 55 C) 35
D) 49 E) 62

18. Si:

$$a = \sqrt{3+\sqrt{2}} + \sqrt{3-\sqrt{2}}$$

$$b = \sqrt{3+\sqrt{2}} - \sqrt{3-\sqrt{2}}$$

$$c = -2\sqrt{3+\sqrt{2}}$$

al simplificar:

$$T = a^2(2b^2 - a^2) + b^2(2c^2 - b^2) + c^2(2a^2 - c^2)$$

Se obtiene:

- A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

19. Si: $a+b+c=8$, $a^2+b^2+c^2=30$ y $abc=10$, al simplificar: $M=(a+b+2c)(c+b+2a)(c+a+2b)$ Se obtiene:



- A) 970 B) 1070 C) 710
D) 1170 E) 870

20. En un examen de Cepunt se pidió hallar el grado absoluto del término central del desarrollo del cociente notable:

$$\frac{x^{39} - y^p}{x^3 - y^2}$$

Selena luego de dar el examen, se da cuenta que marcó una clave que fue dos unidades menos que el resultado correcto.

La alternativa incorrecta que marcó Selena, es.

- A) 12 B) 15 C) 26
D) 28 E) 30

21. Si $t_c = x^{14-m}y^{n+2}$ es el término central del desarrollo del cociente notable:

$$\frac{x^{13a+1} - y^{8a+2}}{x^{a+1} - y^a};$$

entonces el valor de $m^n + n^m$, es:

- A) 8 B) 32 C) 64
D) 96 E) 100

22. Si el número de términos del desarrollo del siguiente cociente notable: $\frac{x^p - y^q}{x^4 - y^3}$; es

24. Entonces el término $t_{\frac{p-q}{3}}$; es:

- A) $x^{64}y^{21}$ B) $x^{60}y^{24}$ C) $x^{68}y^{18}$
D) $x^{56}y^{28}$ E) $x^{52}y^{32}$

23. Sabiendo que el octavo término del desarrollo del cociente notable:

$$\frac{x^m - y^n}{x^5 - y^3}$$

es igual a $x^{45}y^{21}$. El valor de " $m + n$ ", es:

- A) 134 B) 135 C) 136
D) 137 E) 138

24. En el desarrollo del siguiente cociente notable:

$$\frac{x^{160} - y^{280}}{x^4 - y^7},$$

El lugar que ocupa el término que tiene grado absoluto igual a 252, es:

- A) 31 B) 32 C) 33
D) 34 E) 35

25. El término central del desarrollo de:

$$\frac{x^{75} - y^b}{x^c - y^2}$$

tiene la forma: $x^a y^{24}$. Entonces el valor de $E = a + b + c$, es:

- A) 87 B) 88 C) 89
D) 90 E) 91

26. El valor numérico del decimosexto término del desarrollo del siguiente cociente notable:

$$\frac{(x+2)^{20} + (y-2)^{20}}{x+y}$$

Para $x = 1$; $y = 3$; es:

- A) - 243 B) - 81 C) - 128
D) - 64 E) - 27

27. El valor después de simplificar la siguiente expresión:

$$\frac{x^{(2m-1)p} + x^{(2m-2)p} + x^{(2m-3)p} + \dots + x^{p+1}}{x^{(m-1)p} + x^{(m-2)p} + x^{(m-3)p} + \dots + x^{p+1}}$$

es:

- A) $x^{mp} + 2$ B) $x^{mp} + 1$ C) $x^{mp} - 2$
D) $x^{mp} - 1$ E) $x^{mp} - 3$

28. Si en el desarrollo del cociente notable.

$$\frac{x^{7a} - y^a}{x^7 - y}$$

El término t_9 contado a partir del extremo final tiene por grado 62. El valor de " a ", es:

- A) 13 B) 15 C) 16
D) 18 E) 20

29. Si: $x^{56} \cdot y^{708}$ es el término t_{60} en el desarrollo del cociente notable:

$$\frac{x^{148a} - y^{296b}}{x^{2a} - y^{4b}}$$

entonces el grado del término t_{63} , es:

- A) 696 B) 698 C) 714
D) 746 E) 758

30. Si en el siguiente cociente notable:

$$\frac{x^m - y^n}{x^3 - y^4}.$$

Se tiene que: $x^{12} \cdot y^{28} = t_9 \cdot t_6 \cdot t_7^{-1}$.

Entonces el valor de $m^2 - n^2$, es:



- A) 20 B) 84 C) 48
D) 36 E) 30

31. El octavo término del desarrollo del cociente notable:

$$\frac{x^a - y^{24}}{x^b - y^c}$$

tiene la forma: $x^{a-96}y^{14}$. Entonces la suma de los exponentes de los términos centrales, es:

- A) 151 B) 152 C) 153
D) 154 E) 155

32. Si x^{12} es un término del siguiente cociente notable:

$$\frac{x^a - y^{a+b}}{y^{a-3}x^3 - y^{a+2}}$$

Entonces el valor de $(a - b)^2$, es:

- A) 121 B) 122 C) 123
D) 124 E) 125

33. Si el noveno término, que es el término central del cociente notable generado por

$$\frac{x^{a^3-114} + y^{b^3-40}}{x^{a+b}}$$

tiene la forma x^cy^{40} , entonces el valor de $(a + b + c)$, es:

- A) 50 B) 45 C) 17
D) 18 E) 59

34. Si en el desarrollo del cociente notable:

$$\frac{x^{75} - y^{30}}{x^5 - y^2}$$

el término “z” contado a partir del extremo final tiene grado absoluto 40. Entonces el grado absoluto del t_{z+2} , contado a partir del primero, es:

- A) 24 B) 40 C) 81
D) 52 E) 42

35. La expresión simplificada de:

$$\frac{x^{132} - x^{128} + x^{124} - x^{120} + \dots - 1}{x^{64} - x^{60} + x^{56} - x^{52} + \dots + 1}$$

es:

- A) $x^{16} + 1$ B) $x^{32} - 1$ C) $x^{34} + 1$
D) $x^{68} - 1$ E) $x^{34} - 1$

36. En el desarrollo del siguiente cociente

$$\text{notable: } \frac{x^n - a^n}{x - a}, \text{ el término del lugar } \beta$$

y el término del lugar 8 son términos equidistantes de los extremos. Además, el único término central en el desarrollo del cociente es de la forma $x^{n-\beta-2}a^{2\beta-3}$. Entonces el número de términos del desarrollo del cociente notable, es:

- A) 9 B) 11 C) 13
D) 15 E) 17

37. El número de términos que tendrá el siguiente producto:

$$(x^{34a} + x^{33a} + x^{32a} + \dots + 1)(x^{34a} - x^{33a} + x^{32a} - \dots + 1), \text{ donde } n \in \mathbb{Z}^+, \text{ es:}$$

- A) 29 B) 31 C) 33
D) 35 E) 37

38. Si el desarrollo del cociente notable:

$$\frac{x^p - y^q}{x^{n+1} + y^{n-2}}$$

tiene 20 términos y uno de los términos centrales es de la forma $\beta x^{70} \cdot y^{36}$, luego el valor de $(p + q + \beta)$, es:

- A) 220 B) 221 C) 219
D) 222 E) 225

**«Honra a tu padre y a tu madre,
para que tus días se alarguen
en la tierra que Jehová tu Dios
te da».**